

外部経済とゲーム均衡

村 田 省 三

Abstract

In this paper we consider the output level of equilibrium in Cournot duopoly game with perfect information. It is known that there is first mover advantage in perfect information Cournot game with no external economy and total output level of the game equilibria is smaller than it of Stackelberg game. But this is not true in Cournot or Stackelberg duopoly game with perfect information if there is external economy on one firm or both firms of duopoly firms. In this case, because of positive sloped reaction curve of the firm with external economy, Stackelberg equilibrium point locates on the left side or right side to Cournot equilibrium point. Therefore Stackelberg leader can or can not increase his production level from it of Cournot-Nash equilibria through the best reply curve.

Keywords: first mover advantage, Cournot duopoly

1 序

これまで、数量戦略による完全情報シュタッケルベルグ複占ゲームのナッシュ均衡戦略では、その均衡戦略から得られる先手第1企業の生産量と利得は、クールノー同時手番ゲームの均衡戦略から得られる第1企業の生産量と利得より大きいことは明らかであって、その意味でかならず先手有利になるものと考えられてきた。これは、両企業の最適反応関数がともに右下がり、

たとえば第1企業の等利潤線の形状が横軸（第1企業の生産量を示す軸）にたいしておおむね凹であれば成立する。このとき、先手第1企業にとっては、後手第2企業の右下がりの最適反応曲線状を右下方向に移動したくなる誘因があり、第1企業は、クールノー均衡よりシュタッケルベルグ均衡における生産量および利得に魅力を感じるのである。しかし、最適反応曲線が右下がりでなかったら結論は異なる。

本稿は、この先手有利性の結論が外部経済の存在によってどの程度まで左右されるかを検討する。シュタッケルベルグ後手にたいして外部経済効果があれば、その効果として後手企業の費用水準低下があるケースは、先手有利性が縮減され、数値上ほとんど先手有利性がない状態になることを確認する。また逆に、シュタッケルベルグ先手にたいして外部経済効果があればいた場合の効果を検討する。ただでさえ先手有利であるところに、先手にたいして外部経済が有利にはたらくのであるから、先手の有利性が圧倒的なものになると予想される。ところが、同時手番クールノーゲームのナッシュ均衡における均衡生産量は実際には微増にとどまり、したがって均衡価格は予想に反してほとんど変化しないことがありうる。

また、外部経済の効果によって、Hamilton = Slutsky (1990) のなかで示されている、最適反応曲線と等利潤線の形状組合せについての総括的分類 (Fig.5 Reaction functions and Pareto sets) のどれにも属さない組合せがある可能性を示すこととする。さらに、外部経済効果の恩恵を受ける企業が先手の場合、クールノー均衡よりもシュタッケルベルグ均衡のほうがパレート優位になっているという事実を確認する。このことは、このようなゲームがはじめから先手・後手ゲームとしておこなわれることを意味しているから、いわゆる先手後手の決定問題に光を与えている。

外部経済がある場合、数量戦略複占クールノーゲームのナッシュ均衡の位置、すなわち均衡生産量、均衡価格および均衡利潤は、外部経済がない場合に対比して変化する。このことは、シュタッケルベルグ数量戦略の均衡について

も同様である。均衡点の変化が起こるのは、最適反応戦略が外部経済のために変化するからであり、さらにまた、場合によっては等利潤線の凹凸形状を変化させるためである。このため、ときにはナッシュ均衡点に隣接して生じることとなるパレート優位集合の位置を変化させる場合もある。外部経済がない場合は、クールノー複占ゲームにおいて、ナッシュ均衡点から原点寄りにパレート優位集合があるが、外部経済効果が存在する場合、ナッシュ均衡点の上方領域、右下方領域、右上方領域などの方向に出現する可能性がある。このように、Hamilton = Slutsky (1990) によって、全貌が明らかにされたかにみえる完全情報下のクールノーゲームおよびシュタッケルベルグゲームの均衡とパレート優位集合については、未解決問題が含まれていたのである。本稿では、これについて、ひとつの解答を与える。

2 外部経済のない複占

ここでは、以下のような線形の需要関数(1)が想定される。ここで、 x_1 は第1企業の生産量であり、 x_2 は第2企業の生産量である。需要切片(a)は本稿を通じて常に正値をとるものとする。また、需要曲線の傾き(b)もつねに正値であると仮定する。また、第1企業および第2企業の費用関数は(2)、(3)であると仮定する。第1企業の最適反応関数から、最適反応曲線上での第1企業と第2企業の生産数量関係が(4)であることがわかる。

$$P = a - b(x_1 + x_2) \quad (1)$$

$$C_1(x_1, x_2) = c_1 x_1 \quad (2)$$

$$C_2(x_1, x_2) = c_2 x_2 \quad (3)$$

$$x_2 = -2x_1 + \frac{a - c_1}{b} \quad (4)$$

これを第1企業の利潤関数に代入すると、以下の結果(5)が得られる。こ

の結果から，第1企業にとっては，最適反応曲線上にそって生産拡大することが利潤拡大につながる事がわかる。同様に，第2企業にとっても，やはり，自企業の最適反応曲線上にそって生産拡大することが利潤拡大につながる事がわかる。

$$\begin{aligned}
 \pi_1 &= (a - b(x_1 + (-2x_1 + \frac{a - c_1}{b})))x_1 - c_1 x_1 \\
 &= ((a - (a - c_1) - c_1)x_1 - (-b + 2b)x_1^2) \\
 &= bx_1^2
 \end{aligned} \tag{5}$$

なお，第1企業および第2企業の両方に，外部経済がまったく影響ない場合，第1企業および第2企業の最適反応曲線(6)，(7)は，従来分析と同様な形状になる(図1)。第1企業の最適反応曲線の傾きのほうが第2企業の最適反応曲線の傾きより(絶対値で)おおきくなっている。また，第1企業の等利潤線は第1企業の最適反応曲線を頂点として，一方の漸近線が縦軸である。第1企業の等利潤線を示す関数は(8)になる。なお， $a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0, b - c_2 \geq 0$ の成立を仮定する。

$$x_2 = \frac{a - c_1}{b} - 2x_1 \tag{6}$$

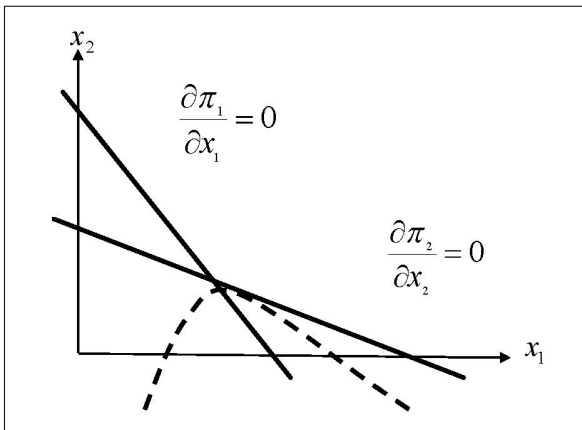


図1：外部経済がない場合

$$x_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}x_1 \quad (7)$$

$$x_1 = \frac{a - c_2}{b} - x_2 - \frac{e_2}{bx_2} \quad (8)$$

3 外部経済企業後手の複占

3.1 最適反応と均衡

第1企業の生産活動が第2企業の生産費水準にたいして、外部経済効果をもたらすと仮定する。このとき、第1企業の等利潤線の形状に変化はみられず、横軸にたいして凹形となっている。また、通常のクールノー複占ゲームがそうであるように、第1企業の最適反応曲線上を右下に下降するにつれて第1企業の利潤は大きくなる。すなわち、第1企業には、自企業の生産拡大へ向かおうとする誘因がある。ここで、費用関数(9)、(10)を想定する。

$$C_1(x_1, x_2) = c_1 x_1 \quad (9)$$

$$C_2(x_1, x_2) = c_2 x_2 - e_2 x_2 x_1 \quad (10)$$

これまでと同様に $a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0$ の成立を仮定する。しかし、 $e_2 - b < 0$ であるとすれば、第1企業の最適反応が(11)、第2企業の最適反応が(12)、第1企業の等利潤線が(13)第2企業の等利潤線が(14)になり、図2が得られる。シュタッケルベルグ均衡点がクールノー均衡点の左側に位置している。このシュタッケルベルグ均衡では、第1企業と第2企業の両方が、クールノー均衡における生産数量を下回っている。両企業にとってパレート改善となるような領域はクールノー点の右側に広がっている。

$$(a - c_1) - 2bx_1 - bx_2 = 0 \quad (11)$$

$$(a - bx_1 - 2bx_2) - c_2 + e_2 x_1 = 0 \quad (12)$$

$$x_2 = \frac{a - c_1}{b} - x_1 - \frac{\bar{c}_1}{bx_1} \quad (13)$$

$$x_1 = \frac{a - c_2}{b - e_2} - \frac{b}{b - e_2} x_2 - \frac{\bar{c}_2}{(b - e_2)x_2} \quad (14)$$

$$a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0, e_2 - b < 0$$

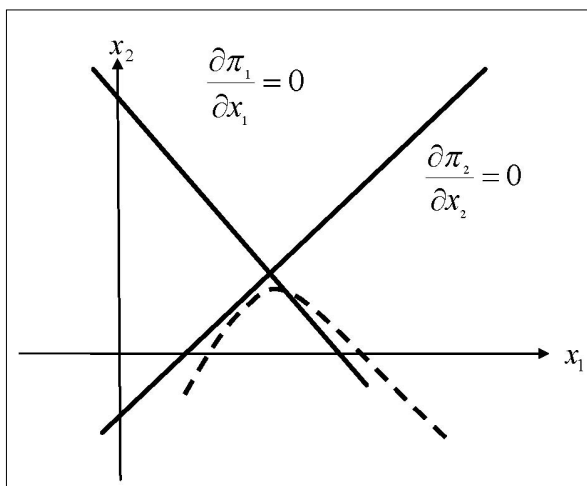


図 2：外部経済企業が後手

外部経済効果の恩恵を受けない第 1 企業が先手のときには、クールノー均衡点は最適戦略ではなく、クールノー点から左下に伸びる第 2 企業最適反応曲線上へ移動する。

3.2 数値例(1)

本節では、先手有利性に外部効果による典型的な影響を与えるゲームを具体的に表示する。ひとつの例は、第 1 企業および第 2 企業が、以下の利潤関数をもつ場合である。

$$\pi_1 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_1 - (5x_1)$$

$$\pi_2 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_2 - (5x_2 - 4x_1x_2)$$

このときの最適反応関数および等利潤関数は以下ようになる。最初が第1企業の最適反応関数であり，外部経済の影響はないから右下がりである。一方，第2企業のほうは外部経済の影響によって最適反応曲線が右上がりになる。

$$15 - 6x_1 - 3x_2 = 0$$

$$15 + x_1 - 6x_2 = 0$$

クールノーゲームとしての均衡生産量を，第1企業 x_{1C}^* ，第2企業 x_{2C}^* ，均衡価格を P_C ，第1企業利潤を π_{1C}^* ，第2企業利潤を π_{2C}^* とする。これにたいして，シュタッケルベルグゲームとしての均衡生産量を，先手第1企業 x_{1S}^* ，後手第2企業 x_{2S}^* ，均衡価格を P_S^* ，先手第1企業の利潤を， π_{1S}^* および後手第2企業の利潤を π_{2S}^* とすると，これらは各々，以下のような数値になる。クールノー均衡より両企業ともに生産減となっている一方で先手の利潤が拡大している。

$$x_{1C}^* = \frac{15}{13}$$

$$x_{2C}^* = \frac{35}{13}$$

$$P_C^* = \frac{110}{13}$$

$$\pi_{1C}^* = \frac{675}{169}$$

$$\pi_{2C}^* = \frac{3675}{169}$$

$$x_{1S}^* = \frac{15}{14}$$

$$x_{2S}^* = \frac{75}{28}$$

$$P_S^* = \frac{35}{4}$$

$$\dot{x}_{1S} = \frac{225}{36}$$

$$\dot{x}_{2S} = \frac{1125}{112} + \frac{1125}{98}$$

4 外部経済企業先手の複占

4.1 最適反応

本節でも需要関数は(15)，第1企業および第2企業の費用関数は(16)，(17)であるとする。外部経済係数(e_2)は正定数と仮定する。したがって，第2企業は第1企業の生産拡大とともに，自企業生産についての費用を縮小していくことが想定されている。第1企業および第2企業の利潤関数は(18)，(19)となり，最適反応関数は(20)，(21)になる。

$$P = a - b(x_1 + x_2) \quad (15)$$

$$C_1(x_1, x_2) = c_1 x_1 \quad (16)$$

$$C_2(x_1, x_2) = c_2 x_2 - e_2 x_2 x_1 \quad (17)$$

$$\pi_1 = (a - b(x_1 + x_2))x_1 - c_1 x_1 \quad (18)$$

$$\pi_2 = (a - b(x_1 + x_2))x_2 - (c_2 x_2 - e_2 x_2 x_1) \quad (19)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = (a - c_1) - 2bx_1 - bx_2 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial x_2} = (a - c_2) + (e_2 - b)x_1 - 2bx_2 = 0 \quad (21)$$

第2企業の最適反応曲線上で，第2企業の生産数量を拡大するほど第2企業の利潤拡大が実現できるかどうか確認する。第2企業の最適反応関数から，最適反応曲線上での生産数量関係は(22)になり，これを第2企業の利潤

関数に代入すると(23)が得られ、単調な利潤拡大が確認できる。

$$x_1 = \frac{-2b}{b - e_2}x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \pi_2 &= (a - b(\frac{-2b}{b - e_2}x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2}) + x_2)x_2 - (c_2 x_2 - e_2(\frac{-2b}{b - e_2}x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2})x_2) \\ &= bx_1^2 \end{aligned} \quad (23)$$

4.2 外部経済と均衡(1)

これまでと同様に $a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0$ を仮定するが、外部経済効果によって $e_2 - b / 0$ が成立していると仮定すれば、第1企業の最適反応が(24)、第2企業の最適反応が(25)、第1企業の等利潤線が(26)第2企業の等利潤線が(27)になり、図3が得られる。なお、この漸近線はひとつは横軸、もうひとつは $x_1 = -\frac{2b}{b - e_2}x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2}$ であるが、この漸近線は最適反応曲線と同一切片をもち、傾きが2倍である。

$$(a - c_1) - 2bx_1 - bx_2 = 0 \quad (24)$$

$$(a - c_2) + (e_2 - b)x_1 - 2bx_2 = 0 \quad (25)$$

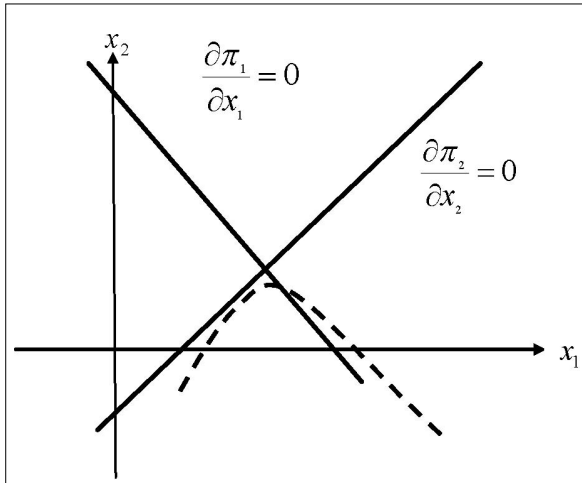


図3：外部経済企業が先手

$$x_2 = \frac{a - c_1}{b} - x_1 - \frac{\bar{1}}{bx_1} \quad (26)$$

$$x_1 = \frac{a - c_2}{b - e_2} - \frac{b}{b - e_2} x_2 - \frac{\bar{2}}{(b - e_2)x_2} \quad (27)$$

$$a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0, e_2 - b > 0$$

ここで第2企業の行動に注目すると、先手であるにもかかわらず、クールノー均衡より低い生産量を選択していることに気づく。外部経済がないときには、先手は生産量を拡大して利潤増をはかるから、表面的な行動は逆になっている。この大小関係は、外部経済効果の恩恵を受ける先手第2企業の最適反応曲線をその等利潤線が通過するところでの傾きが無限大（以下の式を参照）になり、後手第1企業の最適反応曲線の傾き（-2）より、絶対値で大きいことから確認できる。

$$(e_2 - b)x_2 \cdot dx_1 + ((a - c_2) + (e_2 - b)x_1 - 2bx_2) \cdot dx_2 = 0$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = - \frac{e_2 - b}{(a - c_2) + (e_2 - b) - 2bx_2}$$

本節の仮定のもとでは、後手第1企業の最適反応曲線の傾きの絶対値は1より小さくなるから、このシュタッケルベルグ均衡点では、クールノー均衡より合計生産量が大きくなり価格は低くなる。パレート効率性の観点からすれば消費者にとって条件の良い均衡になっていることが明らかである。この点で外部経済の恩恵を受けない企業が先手であった場合と大きく異なる。外部経済の恩恵を受けない企業が先手であった場合は、第1企業と第2企業の両方の（クールノー＝ナッシュ均衡に比べて）生産縮減を発生させる。なお、本節モデルにおけるシュタッケルベルグ均衡では、第1企業と第2企業の両方にとってクールノー均衡点との対比でパレート改善となるような領域はクールノー点の右側に広がっている。つまり、外部経済効果を受ける第2企

業の生産量拡大よりも外部経済効果を受けない第 1 企業の生産拡大によって両企業はパレート改善される。ただし、そのパレート優位集合のなかを通過する最適反応曲線は第 1 企業と第 2 企業の両方の反応曲線であることにとくに注目しなければならない。このため、パレート改善に向かう誘引は非常に強いものとなる。このような複占ゲームははじめから先手後手ゲームとしておこなわれ、けっして同時手番クールノーゲームとはならない。

4.3 数値例 2

本節では、先手有利性に外部効果による典型的な影響を与えるゲームを具体的に表示する。ひとつの例は、第 1 企業および第 2 企業が、以下の利潤関数をもつ場合である。このときの最適反応関数および等利潤関数は以下のようになる。最初が第 1 企業の最適反応関数であり、これは外部経済の影響はないから右下がりである。一方、第 2 企業のほうは外部経済の影響によって最適反応曲線が右上がりになる。

$$\begin{aligned}\pi_1 &= (20 - 3(x_1 + x_2))x_1 - (5x_1) \\ \pi_2 &= (20 - 3(x_1 + x_2))x_2 - (5x_2 - 4x_1x_2)\end{aligned}$$

$$15 - 6x_1 - 3x_2 = 0$$

$$15 + x_1 - 6x_2 = 0$$

クールノーゲームとしての均衡生産量を、第 1 企業 x_{1C}^* 、第 2 企業 x_{2C}^* 、均衡価格を P_C^* 、第 1 企業利潤を π_{1C}^* 、第 2 企業利潤を π_{2C}^* とする。これにたいして、シュタッケルベルグゲームとしての均衡生産量を、後手第 1 企業 x_{1S}^* 、先手第 2 企業 x_{2S}^* 、均衡価格を P_S^* 、後手第 1 企業の利潤を、 π_{1S}^* および先手第 2 企業の利潤を π_{2S}^* とすると、これらは各々、以下のような数値になる。

$$x_{1C}^* = \frac{15}{13} \quad 1.154$$

$$x_{2C}^* = \frac{35}{13} \quad 2.692$$

$$P_C^* = \frac{110}{13} \quad 8.461$$

$$\dot{i}_{1C}^* = \frac{675}{169} \quad 3.994$$

$$\dot{i}_{2C}^* = \frac{3675}{169} \quad 21.745$$

$$x_{1S}^* = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$x_{2S}^* = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$P_S^* = \frac{35}{4} = 8.75$$

$$\dot{i}_{1S}^* = \frac{75}{16} \quad 4.687$$

$$\dot{i}_{2S}^* = 37.5$$

クールノー均衡よりシュタッケルベルグ均衡のほうが圧倒的に先手有利である。このとき、先手第2企業の費用水準はちょうどゼロになる。ところで、第2企業についてみると、同時手番ゲームとしてのクールノー複占ゲーム均衡生産量のほうがシュタッケルベルグ先手としての均衡生産量より大きくなっている。また、生産数量の絶対値だけでなく、後手第1企業の生産量との比率でもクールノーゲームのほうが大きい。ただ、利潤だけがシュタッケルベルグ先手のほうが大きくなるだけである。ただし、どちらの企業も利潤拡大を実現している。ここで、クールノー均衡よりもシュタッケルベルグ均衡のほうがパレート優位になっていることに注意したい。このことは、このゲームが最初から先手後手ゲームでおこなわれることを意味している。

外部経済が存在する場合には、先手企業の生産量はシュタッケルベルグゲームのほうがクールノーゲームのときより大きくなり、後手企業について

は逆にシュタッケルベルグゲームのほうで生産縮小に追いこまれるという意味で、先手有利性にひとつの反例を与えている。また、複占企業の生産量合計については、シュタッケルベルグゲームのほうがクールノーゲームのときより大きくなるという通説にたいして、ひとつの反例を与えた。とくにこれら結果を不完全情報を仮定しないで、完全情報下で論証したところに意味がある。同時手番クールノーゲームのナッシュ均衡にたいしてシュタッケルベルグ先手による均衡生産量は実際には微増にとどまり、したがって均衡価格は予想に反してほとんど変化しない。

シュタッケルベルグ後手企業の利潤も、クールノー＝ナッシュ均衡におけるより大きくなっていることは重要視されてよい。このことは、外部経済効果をともなうゲームが、クールノー型の同時手番ではなく、外部経済効果の恩恵を受ける企業先手でおこなわれる可能性の論証になる。クールノー均衡よりもシュタッケルベルグ均衡のほうがパレート優位になっている。また、外部経済の効果によって、Hamilton = Slutsky (1990) のなかで示されている、最適反応曲線と等利潤線の形状組合せについての総括的分類 (Fig. 5 Reaction functions and Pareto sets) のどれにも属さない組合せがある可能性を提示した。本稿モデルにおけるシュタッケルベルグ均衡では、第1企業と第2企業の両方にとってクールノー均衡点との対比でパレート改善となるような領域はクールノー点の右下側に広がっている。パレート優位集合を通過する最適反応曲線は第1企業と第2企業の両方の反応曲線である。これは、Hamilton = Slutsky (1990) では見落とされている。

5 両企業外部経済の複占

5.1 最適反応

これまでと同様に、以下の需要関数(28)を想定する。需要切片(a)は本稿を通じて常に正値をとるものとする。また、需要曲線の傾き(b)もつねに正

値であると仮定する。また，第 1 企業および第 2 企業の費用関数は(29)，(30)であると仮定する。係数(e_2)は正定数とする。

$$P = a - b(x_1 + x_2) \quad (28)$$

$$C_1(x_1, x_2) = c_1 x_1 - e_1 x_1 x_2 \quad (29)$$

$$C_2(x_1, x_2) = c_2 x_2 - e_2 x_2 x_1 \quad (30)$$

この結果，第 1 企業および第 2 企業の利潤関数は(31)，(32)になる。この利潤関数にたいして，以下のような最適反応関数(33)，(34)がもとめられる。最適反応曲線の傾きは，(b)および($-b + e_2$)の正負に依存している。

$$\pi_1 = (a - b(x_1 + x_2))x_1 - (c_1 x_1 - e_1 x_1 x_2) \quad (31)$$

$$\pi_2 = (a - b(x_1 + x_2))x_2 - (c_2 x_2 - e_2 x_2 x_1) \quad (32)$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = (a - c_1) + (e_1 - b)x_2 - 2bx_1 = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial x_2} = (a - c_2) + (e_2 - b)x_1 - 2bx_2 = 0 \quad (34)$$

この最適反応関数から，クールノーナッシュ均衡戦略(x_1^*, x_2^*)は(35)，(36)になる。

$$x_{1C}^* = \frac{2(a - c_1)b - (a - c_2)(b - e_1)}{4b^2 - (b - e_1)(b - e_2)} \quad (35)$$

$$x_{2C}^* = \frac{(a - c_1)(b - e_2) - 2(a - c_2)b}{(b - e_1)(b - e_2) - 4b^2} \quad (36)$$

第 1 企業の最適反応関数から，最適反応曲線上での第 1 企業と第 2 企業の生産数量関係は(37)になる。

$$x_2 = \frac{a - c_1}{b - e_1} - \frac{2b}{b - e_1} \quad (37)$$

これを第 1 企業の利潤関数に代入すると，(38)が得られる。この結果から，第 1 企業にとっては，自企業の最適反応曲線上にそって生産拡大することが

利潤拡大につながる事がわかる。同様に、第2企業にとっても、自企業の最適反応曲線上に就て生産拡大することは利潤拡大につながる。

$$\begin{aligned} x_1 &= (a - bx_1 - b(\frac{a - c_1}{b - e_1} - \frac{2b}{b - e_1}))x_1 - (c_1 - e_1x_1)(\frac{a - c_1}{b - e_1} - \frac{2b}{b - e_1}) \\ &= bx_1^2 \end{aligned} \quad (38)$$

5.2 外部経済と均衡(2)

これまでと同様に $a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0$ の成立を仮定する。しかし、 $e - b > 0, e_2 - b > 0$ である。(39)とともに、図4が得られる。第1企業先手のときのシュタッケルベルグ均衡点 (E_{S1}) がクールノー均衡点の右上側に位置している。このシュタッケルベルグ均衡では、第1企業と第2企業の両方が、クールノー均衡における生産数量を上回っている。両企業にとってパレート改善となるような領域はクールノー点の右上側に広がる。

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{a - c_1}{b - e_1} - \frac{b}{b - e_1}x_1 - \frac{c_1}{(b - e_1)x_1} \\ x_1 &= \frac{a - c_2}{b - e_2} - \frac{b}{b - e_2}x_2 - \frac{c_2}{(b - e_2)x_2} \end{aligned} \quad (39)$$

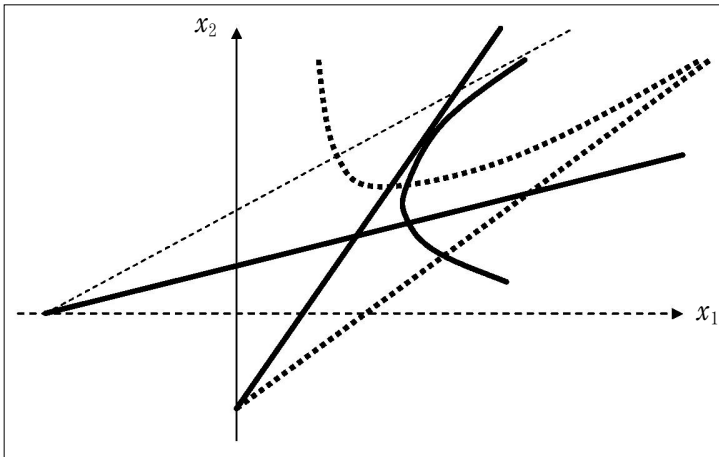


図4：両企業に外部経済効果

$$a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0, e_2 - b \neq 0, e_2 - b \neq 0$$

このゲームのシュタッケルベルグ均衡生産量は、後手第2企業の最適反応関数(40)より、(41)および(42)となる。

$$x_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{b - e_2}{2b} x_1 \quad (40)$$

$$x_{1S}^* = \frac{2(a - c_1)b + (a - c_2)(2e_1 - b)}{4b^2 - 2(b - e_2)(b - e_1)} \quad (41)$$

$$x_{2S}^* = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{b - e_2}{2b} \left(\frac{2(a - c_1)b + (a - c_2)(2e_1 - b)}{4b^2 - 2(b - e_2)(b - e_1)} \right) \quad (42)$$

なお、外部経済のない場合には、(43)および(44)になる。したがって、外部経済効果の恩恵を受けないときと対比すると、シュタッケルベルグ均衡では、先手第1企業の生産数量は減少する。

$$x_{1S}^* = \frac{2(a - c_1) - (a - c_2)}{2b} \quad (43)$$

$$x_{2S}^* = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{b - e_2}{2b} \left(\frac{2(a - c_1) - (a - c_2)}{2b} \right) \quad (44)$$

5.3 数値例3

ここでは、先手有利性に外部効果による典型的な影響を与えるゲームを具体的に表示する。ひとつの例は、第1企業および第2企業が、以下の利潤関数をもつ場合である。

$$\pi_1 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_1 - (5x_1 - 4x_1x_2)$$

$$\pi_2 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_2 - (5x_2 - 4x_2x_1)$$

このときの最適反応関数および等利潤関数(45) ,(46)は以下ようになる。第1企業および第2企業は、外部経済の影響によって右上がりの最適反応曲線に直面する。

$$15 - 6x_1 + x_2 = 0$$

$$15 + x_1 - 6x_2 = 0$$

$$x_2 = 3x_1 - 15 + \frac{-1}{x_1} \quad (45)$$

$$x_1 = 3x_2 - 15 + \frac{-2}{x_2} \quad (46)$$

クールノーゲームとしての均衡生産量を，第 1 企業 x_{1C}^* ，第 2 企業 x_{2C}^* 均衡価格を P_C^* ，第 1 企業利潤を π_{1C}^* ，第 2 企業利潤を π_{2C}^* とする。これにたいして，シュタッケルベルグゲームとしての均衡生産量を，先手第 1 企業 x_{1S}^* ，後手第 2 企業 x_{2S}^* ，均衡価格を P_S^* ，先手第 1 企業の利潤を， π_{1S}^* および後手第 2 企業の利潤を π_{2S}^* とすると，これらは各々，以下のような数値になる。

$$x_{1C}^* = 3$$

$$x_{2C}^* = 3$$

$$P_C^* = 2$$

$$\pi_{1C}^* = 27$$

$$\pi_{2C}^* = 27$$

$$x_{1S}^* = \frac{105}{34} \quad 3$$

$$x_{2S}^* = \frac{205}{68} \quad 3$$

$$P_S^* = \frac{115}{68} \quad 1.7$$

$$\pi_{1S}^* = 27.022$$

$$\pi_{2S}^* = 27.265$$

外部経済が両方の企業に恩恵を与えているときには，たとえシュタッケルベルグによっても，つまり先手後手ゲームによっても，その外部経済効果は相殺されることがないという事実である。外部経済が両方の企業に生産費減

少効果を与えるとき，シュタッケルベルグ後手の生産量は先手第1企業の半分以上を超えていることが確認される。これは外部経済効果がない場合の通常値50%を超えている。また，生産量合計も拡大していることが確認される。クールノーゲームをみても，第1企業と第2企業の両方が生産量を拡大しており，また均衡価格は低くなっている。これは外部経済がもたらす利潤増効果が高水準になることが大きく影響しているのだが，きわめて望ましい結果が得られている。なお，外部経済がないとき，上記の値はそれぞれ以下になる。

$$x_{1C}^* = 1.67$$

$$x_{2C}^* = 1.67$$

$$P_C^* = 10$$

$$x_{1C}^* = 8.33$$

$$x_{2C}^* = 8.33$$

$$x_{1S}^* = \frac{5}{2}$$

$$x_{2S}^* = \frac{5}{4}$$

$$P_S^* = 8.75$$

$$x_{1S}^* = 9.37$$

$$x_{2S}^* = 4.68$$

6 結語

外部経済がある場合，数量戦略複占クールノーゲームおよびシュタッケルベルグゲームのナッシュ均衡の位置，すなわち均衡生産量，均衡価格および均衡利潤は，外部経済がない場合に対比して変化する。外部経済のために最適

反応戦略および等利潤線の凹凸形状が変化するからある。また、ナッシュ均衡点に隣接して生じるパレート優位集合の位置を変化させる。外部経済がない場合のクールノー複占ゲームでは、ナッシュ均衡点から原点寄りにレンズ状のパレート優位集合が存在するが、外部経済効果が存在する場合、それ以外の領域に出現する。また、クールノー＝ナッシュ均衡点のどちら側にシュタッケルベルグゲームの均衡が位置するかについても変化が起こる。外部経済がない場合、シュタッケルベルグ均衡点は、クールノー均衡点の右下に位置する後手企業の最適反応曲線上にあるが、これも外部経済の影響を受ける。クールノー均衡点より原点よりに位置することもある。

本稿では、外部経済が両方の企業に恩恵を与えているときには、クールノーゲームでは双方に利潤拡大を実現しており、均衡生産量も拡大する効果がとりあえず確認できるということである。ただ、シュタッケルベルグ均衡では、先手有利性はほとんどない。むしろ後手有利とさえいってよいくらいである。ここでは、先手である自企業の生産拡大はほとんど不可能であり、クールノー均衡点から事実上は移動できない。双方が外部経済の恩恵を費用縮減効果というかたちで受けるときには、クールノー同時手番ゲームの均衡とシュタッケルベルグ均衡には、各々の企業生産量や均衡価格だけでなく均衡利潤であろうが、クールノー均衡と変わらない結果となる。後手第2企業の利得水準は先手第1企業の利得水準のおよそ半分になるというのが外部経済等の特殊要因のない基本モデルで確認されているのに比べると、半分どころか先手を上回る利得水準に拡大している点は注目されてよい。これは先手主導によってかりに生産拡大が意図されようが、結果としてクールノー均衡点からほとんど動けないというのは何に起因するのであり、何を意味しているのであろうか。もちろん、この結果が外部経済効果によることは疑いない。じつは、本稿での分析により、Hamilton = Slutsky (1990) が全貌を明らかにしたと思われるかにみえる、完全情報下の数量戦略クールノーゲームおよびシュタッケルベルグゲームの均衡ないしパレート優位集合の位

置について、また最適反応曲線と等利潤線の形状の組合せ問題について、分析対象とされていなかった未解決領域を開拓したことになる。本稿では、このことについて、ひとつの解答を与えている。

なお、本稿のようなゲーム設定は奇妙であるという見方があるかもしれない。この疑問にたいしては、外部経済係数の水準を1より小さくしさえすれば、あるいはゼロに近い値にすれば、より現実的な従来型の均衡値を得ることができると結論しておく。

参 考 文 献

- [1] Amir, R. (1995). "Endogenous Timing Two-Player Games: A Counter Example," *Games and Economic Behavior*.
- [2] Anderson, S., and M. Engers, (1992) "Stackelberg versus Cournot Oligopoly equilibrium," *International Journal of Organization*. 10. 127-135
- [3] Gal-Or, E. (1985). "First Mover and Second Mover Advantages," *International Economic Review*. 26. 649-652.
- [4] Hamilton, J., and S. Slutsky. (1990). "Endogenous Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equilibria," *Games and Economic Behavior*. 2. 29-46
- [5] 村田省三(2006), 「外部経済と後手有利性について」長崎大学経済学会『経営と経済』第85巻第3・4号
- [6] 村田省三(2007), 「外部経済と先手有利性」長崎大学経済学会『経営と経済』第87巻第3号
- [7] 村田省三(2007), 「外部経済とシュタッケルベルグ均衡」長崎大学経済学会『経営と経済』第87巻第3号